**课题：“等比数列的前项和”的教学设计（第一课时）**

1. **教材分析：**

从教材的编写顺序上来看，等比数列的前n项和是必修5第二章“数列第五节的内容，它不仅有着广泛的实际应用，如储蓄、分期付款的计算等，而且公式的推导过程中所渗透的类比，归纳，猜想，证明，方程的思想，消元的思想等数学思想方法，为今后的学习奠定了良好的基础。从学生的认知结构来看，学生很容易把本节内容与等差数列和等比数列的通项公式的推导方法和等差数列的前n项和公式的推导方法进行类比，这是认知的有力因素，也将为公式的推导提供了一种方法-----猜想证明法。但是归纳（猜想）的过程学生不易想到，这将是学生的一个难点，需要教师进行正确的启发和引导，才能够水到渠成。如果像书中直接用错位相减法推导公式，需要老师引导好为什么乘以q，以及消元的思想，否则学生只能是照葫芦画瓢，不得其解。本节内容是培养学生分析问题解决问题的能力的很好素材。为此我确定本节教学目标如下。

**二、教学目标**

**知识与技能目标：**

理解等比数列的前n项和公式的推导方法；掌握等比数列的前n项和公式的特点；能初步应用公式解决一些简单的问题。

**过程与方法目标：**

通过对公式推导方法的探索与发现，培养学生类比、归纳、猜想 、分析、综合等方面的能力，渗透特殊到一般、类比与转化、分类讨论、方程，消元等数学思想。

**情感态度与价值观目标：**

通过经历对公式的探索发现过程，激发学生的求知欲，鼓励学生大胆尝试、勇于探索、敢于创新，磨练思维品质，从中获得成功的体验，感悟数学思维的奇异美。

**三、教学重点和难点**

**重点：**等比数列的前项和公式的推导及其简单应用；

难点：等比数列的前项和公式的推导

**四、教学方法**

启发引导探究发现法。把整个课堂分为呈现问题、探索规律、总结规律、应用规律四个阶段。

**五、教学过程**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 教 学 过 程 | 设计意图 |
| 创设情境明确目标 | 棋盘上的数学：印度的国王要奖赏他的棋师----国际象棋的发明者，就问棋师，你想得到什么奖赏？棋师说：请在棋盘的第一个格子里放上1颗麦粒，在第2个格子里放上2颗麦粒，第3个格子里放上4颗麦粒，以此类推，每个格子里放的麦粒数都是前一个格子里放的麦粒的2倍，直到第64个格子。国王一听，那还不简单，马上叫国师去国库给他拿。请同学们猜一猜，棋师可以得到多少颗麦粒？你能否估算一下这些麦粒的重量？国王能满足他的要求吗？学生甲：棋盘上不会放多少吧，应该有几斤重学生乙：大约有几十斤重吧学生丙：，这个不好算，大约千斤左右吧。国王应该能满足他的要求吧。要回答以上问题需要计算这个和到底如何来计算呢？这节课我们就来学习等比数列的前n项和。板书课题 | 兴趣是最好的老师，只有引起学生的学习兴趣，激发学生的学习热情，学生才能主动参与教学，我们才能收到预期的效果。同时通过问题的提出使学生产生看个究竟的冲动，也明确了教学目标。 |
| 启发引导 | 师生共同探讨一般地等比数列前n项和：即启发思考1：我们已经学习了等差数列，等比数列的通项公式和等差数列的前n项和公式，这些公式是如何得到的呢？能否类比得到等比数列的前n项和公式。学生甲：等差数列前n项和公式的推导是用倒序相加法，但是等比数列的前n项和公式无法用它推导。学生乙：等差等比的通项公式的推导用的是归纳法，如等比数列的通项公式的推导过程是： a1 = a1 a2= a1q a3 = a2q =a1q2a4= a3q =a1q3 …… an=an-1q =a1qn-1我们可以试一试，不确定能不能用这个方法推导。 | 体现了课堂教学中的过程性原则，使枯燥的公式的推导过程，变成了公式的发现过程，也符合学生的认知规律。从而也教给了学生学习新知的一种方法---类比法。 |
| 探索发现 | **合作探究（试一试）：设等比数列的前n项和为Sn，请学生写出S1、S2、S3、S4的表达式****即 S1= a1** **S2= a1 + a2 = a1+ a1q = a1（ 1+q）** **S3= a1 +a2 +a3 = a1+ a1q + a1q 2= a1（ 1+q+ q2）** **S4= a1+ a2 +a3 +a4 = a1+ a1q + a1q 2+ a1q 3= a1（ 1+q+ q2+q3 ）**启发思考2：等比数列通项公式的规律很容易被发现，而这个规律到底是什么呢？我们肯定是要用一个简单的形式来表示。学生：困惑。。。启发思考3：联想学过的公式，选择哪一个式子作为切入点，怎么样进行恒等变形？学生讨论**：**在S3= a1（ 1+q+ q2）的分子分母同乘以1-q (q ≠1)会得到S3= a1（ 1+q+ q2）=$\frac{a\_{1}(1-q)(1+q+q^{2})}{1-q}=\frac{a\_{1}(1-q^{3})}{1-q}$ 教师 ：S1 、S2 、S4是否有同样的变形？学生很容易计算得：$s\_{1}=\frac{a\_{1(}1-q)}{1-q}$; $ s\_{2}=\frac{a\_{1}(1+q)(1-q)}{1-q}=\frac{a\_{1}(1-q^{2})}{1-q}$; $s\_{4}=\frac{a\_{1}(1-q)(1+q+q^{2}+q^{3})}{1-q}=\frac{a\_{1}(1-q^{4})}{1-q}$教师：猜想$s\_{n}=?$学生：$s\_{n}=\frac{a\_{1}(1-q^{n})}{1-q}$ (q$\ne 1)$教师启发：这个公式一定正确吗？学生：不一定正确，若保证正确需要进行证明。 分析：若证明$s\_{n}=\frac{a\_{1}(1-q^{n})}{1-q}(q\ne 1)$成立，只需证明 $s\_{n}-qs\_{n}=a\_{1}(1-q^{n})(q\ne 1)$成立由$s\_{n}=a\_{1}+a\_{1}q+a\_{1}q^{2}+a\_{1}q^{3}+…+a\_{1}q^{n-2}+a\_{1}q^{n-1}$  $qs\_{n}= a\_{1}q+a\_{1}q^{2}+a\_{1}q^{3}+…+a\_{1}q^{n-2}+a\_{1}q^{n-1}+a\_{1}q^{n}$两式相减得 说明：1.同等差数列一样，此公式也可以用$a\_{1},q,a\_{n}$表示为学生获得公式：$$s\_{n}=\frac{a\_{1}-a\_{n}q}{1-q}（q\ne 1)$$ 2.注意公式的条件$q=1与q\ne 1$两种情况； 3.此公式常常与通项公式联立求解：共有五个量$n,a\_{1},q,a\_{n},s\_{n}$,知三个量能求另外两个量。 4.公式的推导过程为我们提供了获取新知识的一种方法----类比发现法；以及求数列的前n项和的又一种方法----错位相减法。 请同学们解决：国王到底能否满足棋师的要求？这个和的结果是。事实上按一颗麦粒0.04克计算，棋师应得麦粒7380亿吨，按全球51亿人口平均分，每人得到123吨，国王是无法满足棋师的要求的。 | 从特殊到一般,从模仿到创新，有利于学生的知识迁移和能力提高．先猜想再证明，这样处理比教材中直接给出错位相减法推导公式来得自然，学生很容易接受。这一过程也培养了学生的恒等变形的能力，观察能力，合作与交流的能力，增强了思维的严谨性。需要明确指出的是：立方差公式，教材中没有给出，但是我们在初高中教材衔接时给学生讲解，所以对学生来讲，把S3= a1（ 1+q+ q2）的分子分母同乘以1-q (q ≠1)进行变形化简，还是能够想到的。剖析公式中的基本量及结构特征，识记公式 |
| 公式应用培养能力 | 1. 求求等比数列的前8项的和

说明：学生口答解题过程，教师板书。变式训练：1. 求等比数列的第5项到第10项的和学生分析：方法1： 观察、发现：．方法2： 此等比数列的连续项从第5项到第10项构成一个新的等比数列：首项为，公比为，项数为变式训练2：等比数列的前多少项的和是$\frac{127}{128}；$变式训练3：求等比数列的前2n项的和； 变式训练4：求等比数列的前2n项中所有偶数项的和；说明：也可让学生自己举出等比数列求前n项和的例子。 | 识记公式，深化对公式的认识，理解和应用， 以及求和时注意弄清谁是首项，公比是多少，求多少项的和。通过变式训练，由易到难，循序渐进，有利于提高思维的灵活性，并熟练应用公式。. |
| 巩固训练发展思维 | 例2.求和$1+a+a^{2}+a^{3}+…+a^{n}$($a\ne 0)$学生可能出现的错解：$s\_{n}=\frac{1-a^{n}}{1-a}$错因分析：（1）忽略了公式的使用条件即公比$a=1$或$a\ne 1$ （2）忽略了项数：这个和共有n+1项变式训练：求和$1+a^{2}+a^{4}+a^{6}+…+a^{2n}$（$a\ne 0)$ | 由学生独立思考完成，然后同学们讨论分析错因，进一步熟练公式，强调公式的适用条件以及对项数n的理解。培养思维的严谨性和分类讨论的数学思想方法 |
| 总结归纳反思提高 | 引导学生小结:本节课你学到了哪些知识，方法，以及数学思想方法？你有什么体会？最后教师补充强调。 | 以推动学生建立完整的知识框架结构，并能提高数学语言表达能力，归纳概括能力。 |
| 作业布置 | 1. 书面作业：

 必做题：课本P61 习题2.5 第1题.和第3题。选做题：求和$a+2a^{2}+3a^{3}+…+na^{n}(a\ne 0)$(2)合作探究：等比数列前n项和公式的推导你还能想到哪些方法？  | 布置分层作业体现因材施教，选做题为学有余力的学生提供了思考空间。合作探究为学生相互交流增进友情提供了机会。 |

六、教学设计说明

**1.本节课的最成功之一是公式的获得符合学生的认知规律，符合新课程要求**。

《数学课程标准》明确指出:教学中,应鼓励学生积极参与教学活动,包括思维的参与和行为的参与.既要有教师的讲授和指导,也有学生的自主探索与合作交流。鼓励学生发现数学的规律和问题解决的途径,使他们经历知识形成的过程。基于此我预先设计了推导等比数列前n项公式的两种思路：（在教学中根据学生情况选择其中一种）

（1）类比等差数列和等比数列通项公式的推导方法：由特殊归纳出一般的规律，再进行推理证明。学生有想象，有分析，有归纳，有推理，思维经历了由具体到抽象，由猜想到证明的过程。这个过程是在教师的引导下学生独立完成的，因此学生从中体验到了自己获取新知识的过程，学到了获取新知识的方法，能激发学习的愿望，增强学习的自信心。

 （2）引导学生思考：尽管不能用等差数列前n项和公式的推导方法---倒序相加法，推导等比数列前n项公式，但能否类比等差数列前n项和公式推导方法的的本质----构造相同项，化繁为简，来获取推导等比数列前n项公式的思路呢？

即在等差数列中$s\_{n}=a\_{1}+a\_{2}+a\_{3}+…+a\_{n}$ 再构造一个式子

 $s\_{n}=a\_{n}+a\_{n-1}+a\_{n-2}+…+a\_{1}$

两式相加即可化繁为简。

等比数列中：若化简$s\_{n}=a\_{1}+a\_{1}q+a\_{1}q^{2}+a\_{1}q^{3}+…+a\_{1}q^{n-2}+a\_{1}q^{n-1}$？能否也是再构造一个表达式？跟上式进行运算，从而获得公式？当然这个式子也必须通过上式来构造。容易联想到若把上式中间的那些项消去，想到把等式的两边同时乘以q，两式中出现很多相同项，从而两式相减即可获得。（也可联想已知$f\left(x\right)+2f\left(-x\right)=x^{2}+x$求$f\left(x\right)$的解析式的方法而获得此思路），把这一推导方法叫做错位相减法。这样思考，即从联系的角度研究新知识，符合学生的认知规律，同时拓宽了学生思路，提高学生的思维，也感受数学思维的奇异美。

**2．关注个体差异，体现因材施教**

 新课程要求，学生是学习和发展的主体，要关注学生的个体差异和不同的学习需求，充分激发学生的主动参与意识和进取精神，积极倡导自主、合作、探究的学习方式，为学生全面发展和终身发展奠定基础。为此，在例题、训练题以及作业的设计中都体现了关注智力因素和个体差异，由浅入深，让不同层次的学生都能得到提高和发展。

 例1直接应用公式，使学生熟悉公式，并识记公式，全班学生都能掌握。变式训练题组由浅入深，公式的正用，逆用使学生进一步掌握公式的特征，通过让学生举例同桌审题并求解，这里既有自主学习，由于合作探究，使学生更加灵活的掌握所学知识，举一反三，融会贯通，培养了能力，发展了智力，学会了学习。例2及其变式是为学有余力的学生设计的，学习困难的学生在共同的探究中也会理解并能掌握。通过错因分析，同学间相互讨论，渗透分类讨论的数学思想，培养思维的严谨性。作业有必做题，选做题以及合作探究题，为不同层次的学生的学习提供了发展的空间，通过学生解决选做题和探究问题的过程，培养学生的毅力，耐力，抗挫折能力以及锲而不舍的意志品质，以及合作交流的能力等等。

总之，在教学设计中我竭尽全力考虑到每一个学生的个体差异，设计不同程度的习题，充分发挥教师的指导功能和学生的主体地位，落实素质[教育](http://www.studa.net/jiaoyu/)，达到理想的教学效果，为学生全面发展和终身发展奠定了良好的基础。

**3．本节课的教学体现了人文关怀**

 教学过程中，从学生的实际出发，重视数学方法和数学思想方法的渗透，比如类比的方法，消元的方法，化归的思想，分类讨论的思想，充分利用知识之间的内在联系，通过分析，归纳，概括，将要解决的问题转化为已经解决的问题，这实质就是概括。使学生获取新知识的过程水到渠成，体现人文关怀。我相信，通过这样长期的教学，潜移默化，学生的观察，猜想，分析，归纳，概括以及逻辑论证能力都会得到很好的培养和提高，学生的数学素养也将得到大幅度的提升。